

Hong Kong Mathematics Olympiad (1985 – 86)

Sample Event (Group)

香港數學競賽 (1985 – 86)

決賽項目 – 樣本 (團體)

- (i) The sum of two numbers is 50, and their product is 25. If the sum of their reciprocals is a , find a .

$a =$

某兩數之和為 50，其積為 25。若該兩數倒數之和為 a ，求 a 。

- (ii) If the lines $ax + 2y + 1 = 0$ and $3x + by + 5 = 0$ are perpendicular, find b .

$b =$

若直線 $ax + 2y + 1 = 0$ 及 $3x + by + 5 = 0$ 互相垂直，求 b 。

- (iii) The area of an equilateral triangle is $100\sqrt{3} \text{ cm}^2$. If its perimeter is $p \text{ cm}$, find p .

$p =$

一正三角形之面積為 $100\sqrt{3} \text{ cm}^2$ 。若其周界為 $p \text{ cm}$ ，求 p 。

- (iv) If $x^3 - 2x^2 + px + q$ is divisible by $x + 2$, find q .

$q =$

若 $x^3 - 2x^2 + px + q$ 可被 $x + 2$ 整除，求 q 。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1985 – 86)

Event 6 (Group)

香港數學競賽 (1985 – 86)

決賽項目 6 (團體)

- (i) If $12345 \times 6789 = a \times 10^p$ where p is a positive integer and $1 \leq a < 10$, find p .

$p =$

若 $12345 \times 6789 = a \times 10^p$ ，其中 p 為正整數，且 $1 \leq a < 10$ ，求 p 。

- (ii) If (p, q) , $(5, 3)$ and $(1, -1)$ are collinear, find q .

$q =$

若 (p, q) , $(5, 3)$ 及 $(1, -1)$ 共線，求 q 。

- (iii) If $\tan \theta = \frac{-7}{24}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$ and $100 \cos \theta = r$, find r .

$r =$

若 $\tan \theta = \frac{-7}{24}$ ， $90^\circ < \theta < 180^\circ$ 及 $100 \cos \theta = r$ ，求 r 。

- (iv) The average of x, y, z is 10. The average of x, y, z, t is 12. Find t .

$t =$

x, y, z 之平均數為 10。 x, y, z, t 之平均數為 12。求 t 。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1985 – 86)

Event 7 (Group)

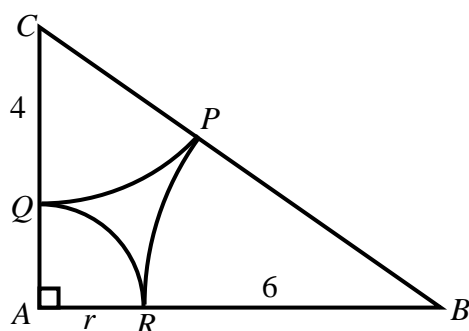
香港數學競賽 (1985 – 86)

決賽項目 7 (團體)

- (i) In the figure, QR , RP , PQ are 3 arcs, centres at A , B , C respectively, touching one another at R , P , Q . If $AR = r$, $RB = 6$, $QC = 4$, $\angle A = 90^\circ$, find r .

$r =$

如圖所示，依次以 A ， B ， C 為圓心之弧 QR ， RP ， PQ 相切於 R ， P ， Q 。若 $AR = r$ ， $RB = 6$ ， $QC = 4$ ， $\angle A = 90^\circ$ ，求 r 。



- (ii) M , N are the points $(3, 2)$ and $(9, 5)$ respectively. If $P(s, t)$ is a point on MN such that $MP : PN = 4 : r$, find s .

$s =$

M ， N 依次為 $(3, 2)$ 及 $(9, 5)$ 。若 $P(s, t)$ 為 MN 上一點使 $MP : PN = 4 : r$ ，求 s 。

- (iii) $x^2 + 10x + t \equiv (x + a)^2 + k$, where t , a , k are constants. Find a .

$a =$

$x^2 + 10x + t \equiv (x + a)^2 + k$ ，其中 t ， a ， k 為常數，求 a 。

- (iv) If $9^{p+2} = 240 + 9^p$, find p .

$p =$

若 $9^{p+2} = 240 + 9^p$ ，求 p 。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1985 – 86)

Event 8 (Group)

香港數學競賽 (1985 – 86)

決賽項目 8 (團體)

In the given multiplication, different letters represent different integers whose possible values are 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

$$\begin{array}{r} 1 \ A \ B \ C \ D \ E \\ \times 3 \\ \hline A \ B \ C \ D \ E \ 1 \end{array}$$

(i) Find A.

(ii) Find B.

(iii) Find C.

(iv) Find D.

A =

在所示乘法中，不同字母代表可能為 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9 之不同整數。

B =

$$\begin{array}{r} 1 \ A \ B \ C \ D \ E \\ \times 3 \\ \hline A \ B \ C \ D \ E \ 1 \end{array}$$

(i) 求 A。

(ii) 求 B。

(iii) 求 C。

(iv) 求 D。

C =

D =

Hong Kong Mathematics Olympiad (1985 – 86)

Event 9 (Group)

香港數學競賽 (1985 – 86)

決賽項目 9 (團體)

- (i) 7 oranges and 5 apples cost \$13. 3 oranges and 4 apples cost \$8. 37 oranges and 45 apples cost \$ C . Find C .

$C =$

7 個橙和 5 個蘋果值 \$13。3 個橙和 4 個蘋果值 \$8。37 個橙和 45 個蘋果值 \$ C 。求 C 。

- (ii) There are exactly n values of θ satisfying the equation $(\sin^2 \theta - 1)(2\sin^2 \theta - 1) = 0$, where $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$. Find n .

$n =$

方程 $(\sin^2 \theta - 1)(2\sin^2 \theta - 1) = 0$ ，其中 $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ ，共有 n 個根。求 n 。

- (iii) If $S = ab + a - b - 1$ and $a = 101$, $b = 49$, find S .

$S =$

若 $S = ab + a - b - 1$ 及 $a = 101$, $b = 49$ ，求 S 。

- (iv) If d is the distance between the points $(13, 5)$ and $(5, -10)$, find d .

$d =$

若 $(13, 5)$ 與 $(5, -10)$ 兩點之距離為 d ，求 d 。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1985 – 86)

Event 10 (Group)

香港數學競賽 (1985 – 86)

決賽項目 10 (團體)

- (i) If $b+c=3$, $c+a=6$, $a+b=7$ and $P=abc$, find P .

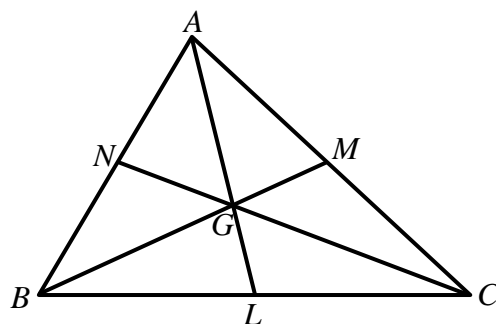
$P =$

若 $b+c=3$, $c+a=6$, $a+b=7$, 且 $P=abc$, 求 P 。

- (ii) The medians AL , BM , CN of $\triangle ABC$ meet at G . If the area of $\triangle ABC$ is 54 cm^2 and the area of $\triangle ANG$ is $x \text{ cm}^2$. Find x .

$x =$

$\triangle ABC$ 之中線 AL , BM , CN 相交於 G 。若 $\triangle ABC$ 之面積為 54 cm^2 , $\triangle ANG$ 之面積為 $x \text{ cm}^2$, 求 x 。



- (iii) If $k = \frac{3\sin\theta + 5\cos\theta}{2\sin\theta + \cos\theta}$ and $\tan\theta = 3$, find k .

$k =$

若 $k = \frac{3\sin\theta + 5\cos\theta}{2\sin\theta + \cos\theta}$ 及 $\tan\theta = 3$, 求 k 。

- (iv) If $S = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10^2}\right)$, find S .

$S =$

若 $S = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10^2}\right)$, 求 S 。